



1ª Parte

1 hora (10 valores)

Nome: _____ nº: _____

Espaço reservado para classificações			
1a.(15)	2a.(10)	3a. (10)	4. (15)
1b.(10)	2b.(10)	3b. (15)	T:
	2 c.(15)		

Atenção: Todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.

1. A função densidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X, Y) é dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{9} & 0 < x < 2, 0 < y < 3 \\ 0 & \text{outros valores de } (x, y) \end{cases}$$

a) Determine $f_Y(y)$, $f_{X|Y=2}(x)$ e obtenha o $E(X|Y = 2)$.

b) Calcule $P(X > Y)$.

2. Numa linha de montagem é produzido um certo tipo de peças a um ritmo médio de 20 por hora. A produção peças segue um processo de Poisson.

a) Qual a probabilidade de que sejam produzidas 8 ou mais peças em 15 minutos?

b) Sabendo-se que uma peça já está a ser produzida há 2 minutos, qual a probabilidade de passarem ainda mais de 2 minutos até se completar a sua execução? Comente o resultado obtido.

c) O operário encarregue da linha apostou com o colega que demorava no máximo 19 minutos a produzir 5 peças. Qual a probabilidade de ganhar a aposta?

3. O tempo que um estudante demora a resolver um exame é uma variável aleatória com distribuição normal de média 90 e variância 56,25 minutos.

a) Qual a probabilidade de um estudante demorar entre 90 e 110 minutos a resolver um exame?

b) Seleccionados aleatoriamente 10 estudantes qual a probabilidade de menos de 6 resolverem o exame entre 90 e 110 minutos?

4. Se X_1, X_2, \dots, X_k são variáveis aleatórias independentes e $X_i \sim Ex(\lambda)$, prove que

$Y = \min\{X_i\} \sim Ex(k\lambda)$. Justifique todos os passos do seu raciocínio.